事象と関係の理論

山　本　恒　夫

はしがき

これは，事象の理論と関係の理論の中から事象と関係の公理と若干の定理を取り出してまとめたものである。

この作業は，1973(昭和48)年頃，構造の要素間の関係を一般的に捉える方法に窮して，そのような方法を探しはじめたことに端を発している。それに関しては，参考として付した「関係計算の方法」を作ることによって道が開けてきたが，その過程で，関係そのものをどう捉えるかという根本的な問題を検討する必要性に迫られ，1994年頃から関係の理論の構築に取りかかった。第２部の関係の理論は，これまで行ってきた関係の公理系を構築する作業を2000年12月でひとまず区切って提出したものである。

構造には要素と関係があるが，要素はこれまでの哲学や科学が扱ってきた実体なので，最初は関係のみに関心を寄せていた。しかし，やはり関係は要素の間にあるので要素そのものを避けて通るわけにはいかなくなり，1996年には要素を存在として捉える検討を始めた。だが，存在ないしは実在はまだそれをそれとして確定できない状況にある。その点についていろいろと調べてみたが，結局は経験的に捉えられる実在レベル以上には深入りできないように思われた。そのような検討を行う過程で，次第にある瞬間の要素とその関係を含む事象を取り上げた方が有効性があるのではないかと考えるようになり，それを公理系にすることを思い立った。

これには，社会に印刷術の発明以来の大変革をもたらすであろうといわれるマルチメディアの急速な発達に伴って，仮想と現実の問題が急浮上してきたことも影響している。今後は，仮想の中の要素と関係のことを現実のそれと並んで考えざるをえないであろう。事象に着目したのは，仮想も事象として扱えるからである。

さいわいなことに，日本には常なるものは無いという考え方にあまり違和感はない。物事を不変なる存在にまで還元して，そこに本質を見出さなければならない，といった強迫観念にも似た想いにとらわれずに済んでいる。この際，その利点を生かせば新たな道も拓けるのではないか，と考えたことも事象の理論を組み立てようとしたきっかけになっている。

事象の理論はまだ日も浅いため，これからの課題が数多くある。

この理論の発展を図るためには，研究から生活に至るまでのあらゆる領域での問題の解明を行うために，定理を導出し，その中から有効性のあるものを蓄積していく必要がある。

本書の構成としては，これまでの研究の経緯からすると，関係の理論，関係計算法を先にすべきであろうが，論理的には事象の方が先にあるべきなので，事象の理論を第１部とした。事象は構成要素と関係から成り立っており，関係は事象の中で登場するからである。なお，「関係計算の方法」は，1997年の筑波大学生涯学習学研究室刊行のものを，誤植を直して再掲したものである。

ご叱正いただければさいわいである。

2001年１月

山本恒夫

目　　　　次

第1部　事象の理論

第1章　事象について

第1節　事象の捉え方

ここで問題にしようとする事象は，人間の「意識」が「情報」を介して捉えたある瞬間の「物事」のことである。この場合の「物事」には，「もの」のみならず「できごと」も含まれる。

そのような「物事」は経験的実在[1]の一部である。経験的実在は，実在[2]からの信号が，人間の脳の神経回路網[3]によって認知されうる実在のことである。実在を想定することについては様々な議論があるが，過去には知り得なっかたことが次々と発見されてきたこれまでの歴史を見ると，実在を想定し，発見を実在から経験的実在への転移と考えることはあながち無理とは言えないであろう。現段階では認知し得ないとしても，観測装置の発達によりいずれは認知し得るものも多いであろうから，実在を想定すれば，経験的実在は実在の一部でしかないことになる。

「情報」[4]を「意識」と「物事」の媒介的存在としたが，その「情報」ないし「意識」[5]の両方あるいはそのいずれか一方が欠けていれば，経験的実在を捉えることはできない。したがって，先に断ったように「物事」は経験的実在の一部でしかない。

周知のように実在とは何か，あるいは存在とは何かという本質論は延々と行われていて，決着がついていない。その議論がどのようになるにせよ，「意識」が「情報」を介してある瞬間の「物事」を捉えることができることは確かであり，それを経験的実在の一部とすることも無理ではないと考えられる。しかし，ここでは一応そのような事象と経験的実在の関係に触れるだけとし，これ以上議論を実在論にまで遡って行わずに，事象を「物事」レベルのみに限定して扱うことにした[6]。

以上のことを理論的枠組として示せば，図1の如くになるであろう。

事象レベルの「意識―情報―物事」は，意識が情報を介して捉えた物事が事象であることを示している。メカニズム・レベルはそのような「意識―情報―物事」に対応するメカニズムを表しており，これらは，「意識」を生み出すのが神経回路網で，信号が「情報」となり，経験的実在の一部が「物事」である，という対応関係にある。

次に，このような事象の問題を解明しようとする理論の側には，まず事象を捉える枠を設定してある。それは，神経回路網，信号，経験的実在に対応し，「意識枠」「情報枠」「対象枠」となっている。この事象の理論では，いずれは問題にすることになるかも知れないが，今はこの「枠」を取り上げて，そのメカニズムを解明することはしない。

図1でもわかるように，その「枠」の中には「内容」がある。「内容」はそれぞれの枠に対応して，「意識内容」「情報内容」「対象内容」となっている。したがって，「対象枠」の中に「対象内容」があるということになり，普通に対象といえばここでいう「対象内容」を指している。わ

れわれが問題とする対象は，具体的には「対象内容」としての「意識」「情報」「物事」である。それが「情報枠」に入り，「意識枠」にも入って初めてわれわれが捉えることのできる事象となる。

「意識」「情報」「物事」について，説明が必要であろう。事象レベルの「意識」「情報」「物事」のうちの「意識」や「情報」は，「物事」の中から「意識」や「情報」としての機能を持つものを特に取り出して，「意識」「情報」と呼んでいるにすぎない。したがって，「意識」や「情報」をそれぞれの機能面からではなく，「物事」として捉えることもできるのである。事象理論の側が対象とする意識や情報は，機能的側面ではなく，そのような物事的側面である。それらは構造的には「要素」と「関係」からなっている。

われわれが何かを事象として把握できるのは，対象枠の中の内容（「対象内容」）が情報枠の中の内容となり，さらに意識枠の中の内容になっている場合である。たとえば，「リンゴが転がっていく」ということを事象として捉えることができるのは，対象枠の内容として「リンゴが転がっていく」という「物事」（ここではできごと）があり，それが情報枠の中の内容となり，さらに意識枠の内容にもなっている場合である。3つの枠のどこかに別のものが入っていれば，「リンゴが転がっていく」ということを事象として捉えることはできない。

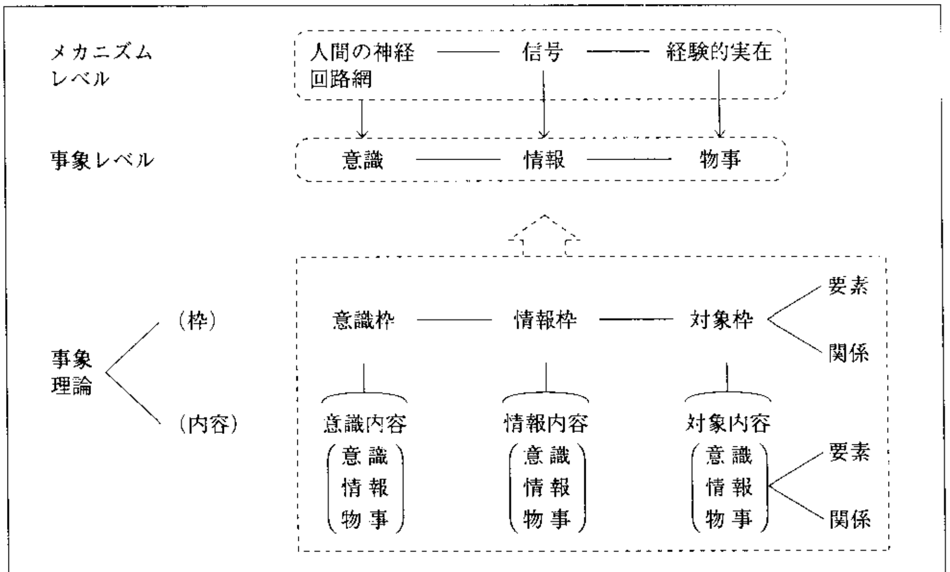

図1　事象把握の枠組み

註

（1） Bernard d 'Espagnat, *In Search of Reality, 1983*（デスパーニア，柳瀬睦男・丹治信春訳「現代物理学にとって実在とは何か」培風館，1988）は，経験的実在を弱い意味の実在とし，現れ（現象）の集合としている（同訳書，293頁）。それは実在（強い意味の実在）とは一致せず，人間の意識に依存するところがある。

（2） 実在は存在と同義で，存在は原始概念とされることが多い。実在は観察者が存在しなくても何物かが存在する，と仮定したときの何物かの全体のことである（前掲訳書，292頁）。

（3） 人間の脳の神経回路網と認知や意識あるいは心との関係の解明は，神経科学にとって最大の難問とも言われている。これまで明らかになっていることについては，たとえば伊藤薫『脳と神経の生物学』（培風館，三訂版1996），日本生物物理学会シリーズ・ニューバイオフィジックス刊行委員会編『脳と心のバイオフィジックス』（共立出版，1997），Susan A. Greenfield, *The Human Brain*, 1997,（スーザン・グリーンフィールド，新井康允訳『脳が心を生み出すとき』草思社，1999）などを参照。ここではそのメカニズムを解明することがテーマではないので，脳の神経回路網によって信号が情報となり，また意識はその神経回路網によって生み出されるという点だけに着目しておきたい。

（4） 情報の定義は明確ではない（沖田耕三・林昭博『情報概論』槙書店，1992，6頁）。飯尾要『情報・システム論入門』（日本評論社，1998）は，物質の相互作用をすべて情報作用というとらえ方もできるが，これではあまりに一般的で情報の特性を見失うおそれがあるとして（同42～43頁），システムの入出力でその物質・エネルギー作用の時間的変化・空間的配置のパターン（形態，順序）が何らかの“合図”の作用としての役割をはたすときに，これを情報というとし，そのパターン（＝“合図”＝情報）の物理的担い手が信号（signal）と呼ばれる，としている（同35頁）。

また，情報のタイプには

人 ⟷ 人　記号による社会的情報

物 ⟷ 人　知覚情報

人 ⟷ 物　操作信号

物 ⟷ 物　神経情報，遺伝情報，装置内情報（記号処理）

があるとしている（同39頁）。

また，道脇義正他編『情報・システム入門』（東京図書，1996）は，情報処理の立場からみれば，情報は人間が約束に基づきデータに指定した意味であり，情報伝達の立場からみれば伝達すべき内容（意味）に対応する形式（パターン）である，としている（同2頁）。

情報科学が本格的になり，今日のような情報の考え方が出てくるのは，1936年にA. M. チューリングが与えられた形式的数学体系の中で任意の関数を計算する仮想的な計算機械（チューリング・マシン）の存在を構成的な方法で証明し，さらにJ. フォン・ノイマンがプログラム内蔵型のノイマン型コンピュータを提案したり（1945年），C. E. シャノンが情報量（単位としてはビット〔bit：binary digit〕）で通信を表すことに成功した（1948年）あたりか

らであろう。以来，情報理論や通信理論で「情報」が用いられる場合には，量的概念としてのそれが多いし，情報科学の中心的な方法としてブール代数（1848年）が使われるようになる。情報科学については，北川敏男編『情報科学への道』（情報科学講座A・1・1，共立出版，1966）をはじめとして多くの文献がある。

ここでは事象を問題にしているので，情報は人間が「ものごと」を認知する際の媒介的存在としているが，実証研究や計算研究，シミュレーションを行う場合には情報科学の方法を導入することになるであろう。

（5） 神経科学では，意識についての定説となるような定義ができているわけではない。Paul M. Churchland, *The Engine of Rearon, The Seat of the Soul: A Philosophical Journey into the Brain,* 1995（ポール・M・チャーチランド，信原幸弘・宮島昭二訳『認知哲学，脳科学から心の科学へ』産業図書，1997）は，意識についての科学理論が形成されるまでは最良の定義をすることはできないとして，それまでの間は意識の比較的はっきりした重要な特徴を列挙することで意識の大まかな特定をする，としている。チャーチランドによれば，人間の意識には次のような顕著な特徴がある（同訳書，280～282頁）。

1）意識は短期記憶を含む。

その説明によれば，意識は時間的に幅のある世界を構成する事象系列の展開の中で，現在の経験等がどのようにその姿を現すかを感知するが，それには，現時点より前の事象についての認知的把握を必要とするから，短期記憶が必要で，意識はそれを含んでいる，ということになる。

2）意識は感覚入力から独立である。

長期にわたって感覚が奪われると，意識の質や整合性に悪い影響が出るが，短期であれば意識は感覚入力に依存しない。感覚器官からの入力がなくても，夢想したり，記憶の中を探し回ったり，創造の中で難解な問題に取り組むことができるから，意識は感覚から独立している。

3）意識はかじ取り可能な注意を示す。

これは，意識は方向づけたり，焦点を定めたりすることができるということで，たとえば話題を変えたり，別の物事に意識を向けることができることを意味している。

4）意識は複雑なデータや多義的なデータを別様に解釈する能力を持つ。

たとえばある視覚風景に注意が固定されていても，意識のある人はその風景の内容や性格について，競合的な解釈を作り出し，吟味することができる。

5）意識は深い眠りの間消える。

深い眠りに入ることは，人が意識を失うただひとつの最も普通の仕方である，とされている。

6）意識は少なくとも弱い形で，あるいはとりとめのない形で，夢の間よみがえる。

人が夢の間に持つ意識は通常の意識と異なるが，それでも通常の意識と同じ種類の現象に属するようにみえる，とされている。

7）意識は，複数の基本的な感覚様相の諸内容を，単一の統一された経験の中に収容する。

意識のある人は，いくつもの感覚内容を統合して，単一の意識を持つように思われる，とされている。

まったく観点が違うが，Daniel C. Dennett, *Kinds of Minds,* 1996（ダニエル・デネット，土屋俊訳『心はどこにあるか』草思社，1997）のように，心的内容が意識されるのは，それが脳の特別な部位に入るからでもなければ，特別な力を持つメディアに変換されるからでもなく，他の思考との競争に勝って行動を制御する権利を獲得し，長期的な影響をおよぼせるようになるからだ，とする考え方もある（同訳書，256頁）。このような機能主義では，なにかを心（あるいは信念，痛み，恐れ）たらしめているのは，それがなにから構成されているかではなく，なにをすることができるかである，と考えている（同訳書，124～125頁）。

このような説もあるが，ここでは，意識を人間の脳の神経回路網との関連で捉えて，チャーチランドのいうような特徴を持つ心的現象としておきたい。

（6）アリストテレス以来，存在論にあっては存在の本質（「…である」か「…でない」かという真偽問題）と実在（「…がある」か「…がない」かという事実問題）についての論議が繰り返されてきたことは周知の通りである。現在でも，実在については意識と対象が「向かい合った２つの鏡の像が互いに相手を作り出すように，一方は他方によって作り出される」（デスパーニア，前掲訳書，144頁）としか言いようのない状況にあり，科学がそのような実在（ないしは存在）の探究を続けるとすると，科学には完結がない限り，その最終的な答えはないことになってしまうのである。（丹治信春『クワイン』講談社，1997，208頁。）

もしここで実在に焦点を合わせて実在を意識と対象の相互作用とし，その構成要素と関係の構造を解明しようとすれば，この本質問題を避けて通ることはできないであろう。そこで，ここでは意識と対象の間に情報を介在させて，事象として捉えられるところのみを取り上げることにしたのである。

第２節　方法と記号

1　使用する方法

事象と関係の理論を構築するためにはその方法がなければならないが，数学や記号論理学のような一般性のある方法になると，自然科学などでは改めて断ったり，説明することなく使用することが普通になりつつある。ここでは必要に応じて様々な方法を用いることになろうが，主として用いるのは次のような方法である。

(1) 命題計算の場合

非古典論理の entailment（限定含意）[(1)]。

(2) 構成要素の計算の場合

集合論，ブール代数など[(2)]。

(3) 関係の計算の場合

関係計算法[3]。

これらについては断りなく用いるが，関係計算は参考までに巻末に付してある。ここに挙げたもの以外の方法を使う場合には，その都度断ることにしたいと思う。

2　主な基本記号

次に，限定含意，集合，ブール代数，関係計算の基本的な記号を挙げておく。

	記号	用例	説明
論理	$\wedge$	$A \wedge B$	連言，論理積（AそしてB）
(限定	$\vee$	$A \vee B$	選言，論理和（AあるいはB）
含意)	$\neg$	$\neg A$	否定（Aでない）
	$\Rightarrow$	$A \Rightarrow B$	含意（AならばB）
	$\Leftrightarrow$	$A \Leftrightarrow B$	等値（AとBとは同等）
集合	$\cap$	$A \cap B$	共通部分，積集合（AとBとの共通部分）
	$\cup$	$A \cup B$	合併集合，和集合（AとBとの合併集合）
	$\subset$	$A \subset B$	部分集合（AはBの部分集合）
	$\in$	$x \in X$	属する（xはXに属する）
	^{c}	A^c	補集合（Aの補集合）
	$-$	$A-B$	差集合（AからBを除いた差集合）
ブール	$\cdot$	$A \cdot B$	乗法（ABとしてもよい）
代数	$+$	$A+B$	加法
	$\overline{}$	$\overline{A}$	補元（Aの補元）
関係	♯	A♯B	組合せ（A組合せB）
計算	⌶	A⌶B	順序（A順序B）
	⊕	A⊕B	結合（A結合B）
	$\prec$	$A \prec B$	包含（A包含B）
	$\equiv$	$A \equiv B$	関係等値（A関係等値B）
	$\cdot$	$A \cdot B$	共立（A共立B）
	$\circ$	$A \circ B$	非共立（A非共立B）

3　主な計算法則・公理等

〈限定含意(entailment)〉

これは含意の違和をすべて除いた論理の公理系である。

含意の違和で$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B)$が除かれているため，それを用いた古典論理の定理は成立し

ない。また，含意と連言，選言の間の変換もできない。ここでは主な公理・定理・推論規則($\vdash$)を挙げるに止める。

公理等

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow ((B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$

$((A \Rightarrow A) \Rightarrow B) \Rightarrow B$

$(A \Rightarrow (A \Rightarrow B)) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$

$(A \Rightarrow B),\ A \vdash B$

$A \wedge B \Rightarrow A$

$A \wedge B \Rightarrow B$

$((A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \wedge C))$

$A,\ B \vdash (A \wedge B)$

$A \Rightarrow A \vee B$

$B \Rightarrow B \vee A$

$((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \vee B \Rightarrow C)$

$(A \wedge (B \vee C)) \Rightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$

$(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow (B \Rightarrow \neg A)$

$\neg\neg A \Rightarrow A$

$(A \Rightarrow \neg A) \Rightarrow \neg A$

$A \Leftrightarrow B \Leftrightarrow \mathrm{df}\ (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$

若干の定理類

$(B \Rightarrow C) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$

$A \Rightarrow C,\ B \Rightarrow D \vdash (A \wedge B) \Rightarrow (C \wedge D)$

$A \Rightarrow C,\ B \Rightarrow D \vdash (A \vee B) \Rightarrow (C \vee D)$

$A \Rightarrow B \vdash (A \wedge B) \Leftrightarrow A$

$A \Rightarrow B \vdash (A \vee B) \Leftrightarrow B$

$(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \wedge B \Rightarrow C)$　(逆は成立しない)

$A \Leftrightarrow (A \wedge (A \vee B))$

$A \Leftrightarrow (A \vee (A \wedge B))$

$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$

$((A \wedge B) \vee (A \wedge C)) \Rightarrow (A \wedge (B \vee C))$

$(A \wedge (B \vee C)) \Rightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$

$(A \vee (B \wedge C)) \Rightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$

$\neg A \vee \neg B \Rightarrow \neg (A \wedge B)$

$\neg (A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$

(以上については杉原丈夫『非古典論理学』(槙書店，1975) を参照。)

〈集合〉

集合論については関係の理論で扱っているので，文献については省略する。

A，B，Cを集合，全体集合をＩ，空集合をΦとすると，次のような演算法則が成り立つ。

主な演算法則

$A \cup A = A$

$A \cap A = A$

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cup A^c = I$

$A \cap A^c = \Phi$

$A \cup I = I$

$A \cap \Phi = \Phi$

$A \cup \Phi = A$

$A \cap I = A$

$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

なお$A \subset B = (A \cap B = A)$

4　事象の記号と用語

以下の各章で用いる記号と用語は，次の通りである。

Ｐ：事象

Ｅ：事象の要素

E_1：意識

E_2：情報

E_3：物事

ｅ：Ｅ（事象の要素）の下位要素

e_1：意識の下位要素

e_2：情報の下位要素

e_3：物事の下位要素

Ｒ：関係

f ： E（事象の要素）の枠
f_1 ： 意識枠
f_2 ： 情報枠
f_3 ： 対象枠
c ： E（事象の要素）の枠の中の内容
c_1 ： 意識内容
c_2 ： 情報内容
c_3 ： 対象内容

註
（1） 杉原丈夫『非古典論理学』（槇書店，1975）参照。
（2） 集合論については第2部の関係の理論の文献を参照。ブール代数については，成島弘・小高明夫『ブール代数とその応用』（東海大学出版会，1983，第4刷 1995），日高達『情報論理学』（昭晃社，1997）などを参照。
（3） 山本恒夫『関係計算の方法』（筑波大学生涯学習学研究室，1997）参照。

第2章　事象の構成と構造

この事象の理論は，事象を論理（logic），集合（set），関係（relation）の観点から捉えようとする理論である。そのことは，事象を要素とその集合及びその間の関係で捉え，そこにある論理を明らかにしようとしていることを意味している。

第1節　事象の構成

第1章で述べたように事象を捉えるとすれば，事象の構成について次のような公理（axiom）を立てることができる。

LA1　$P \Rightarrow E_1 \wedge E_2 \wedge E_3$

SA1　$P = E_1 \cap E_2 \cap E_3$

RA1　$P \equiv E_1 \Phi E_2 \Phi E_3$

LA1は，P（事象）が E_1（意識），E_2（情報），E_3（物事）を含意していることを示す式であり，SA1は，集合の観点からは，事象がE_1（意識），E_2（情報），E_3（物事）の共通部分（積集合）であることを示す式である。

周知のように集合論と記号論理学との間には対応関係があるので，公理から集合の観点を取り除くことも可能である。その場合には，SA1の式はLA1から導出でき，論理式と関係式だけを公理とする公理系を作ることができる。しかし，ここで用いている限定含意（entailment）は含意

の違和[1]をすべて排除してあるので，含意（⇒）は集合論の部分集合（⊂）には対応しない。古典論理のみならず非古典論理の厳密含意（strict implication）でも恒真性の違和は除かれておらず，「AならばB」でBが真であればAが偽でも全体は真となる。従って，これらでは「ならば」は真理関数的条件法の「ならば」で集合論の部分集合（⊂）に対応しているが，限定含意ではそれをも排除してあるので，含意（⇒）は部分集合（⊂）に対応しないのである。そのことを考慮しながら限定含意と集合論を対応させると非常に使いにくいので，ここでは公理の段階から集合論の観点を立てSA1も公理としておきたい。SA1も公理に加えた体系は，LA1，RA1だけを公理とする場合より弱い体系である。現在の公理論では，目的に応じて公理系を強くしたり，弱くしたりすることが許されている。

RA1は，関係の観点から見れば，事象がE_1（意識），E_2（情報），E_3（物事）の結合関係にあることを示す関係式である。

第２節　事象の構造

このような事象の構造は，次ように表すことができる。

LA2　$E \Rightarrow (f \wedge c)$

SA2　$E = (f \cup c)$

RA2　$E \rightarrow (f \prec c)$

これらも公理である。LA2はE（事象の要素）がｆ（Eの枠）とｃ（Eの内容）を含意していることをいっており，SA2はＥがｆとｃで成り立っていることを示す式である。

RA2はEからｆがｃを包含しているという関係が導出されるという関係式である。

第３節　定義

Ｅ，ｆ，ｃの定義は，次の通りである。

LD1　$E \Leftrightarrow (E_1 \wedge E_2 \wedge E_3)$

SD1　$E = \{E_1, E_2, E_3\}$

RD1　$E \equiv (E_1 \Phi E_2 \Phi E_3)$

LD2　$f \Leftrightarrow (f_1 \wedge f_2 \wedge f_3)$

SD2　$f = \{f_1, f_2, f_3\}$

RD2　$f \equiv (f_1 \Phi f_2 \Phi f_3)$

LD3　$c \Leftrightarrow (c_1 \wedge c_2 \wedge c_3)$

SD3　$c = \{c_1, c_2, c_3\}$

RD3　$c \equiv (c_1 \# c_2 \# c_3)$

事象の理論では，推論規則が記号論理学，集合論，関係計算法によって与えられているので，

以上の公理と定義に様々な条件を加えて推論することにより，ほとんど限りなくといってよいほどさまざまな定理（theorem）を導出することが可能である。

第４節　事象把握の方法

f_3（対象枠）の中にあるc_3（内容としての物事）は，観測などによって間接的にしか捉えることができない。では事象を把握するにはどうしたらよいのだろうか。次のLT12によれば，われわれはc_3（内容としての物事）を測定するための「観測装置」とそれによって得られる情報を意識することで事象を把握してもよいことがわかる。その場合には，常に観測装置の性能を高め，観測の精度を上げていかなければならない。

LT1　$P \Rightarrow E_1 \wedge E_2 \wedge \alpha(x)$

LT11　$P \Rightarrow (f_1 \wedge c_1) \wedge (f_2 \wedge c_2) \wedge \alpha(x)$

LT12　$P \Rightarrow c_1 \wedge c_2 \wedge \alpha(x)$

但し$\alpha(x)$は装置関数

この装置関数は物事を捉える観測装置の性能についての関数である。この観測装置の中には感覚器官も含まれる。

LT1～LT12は，次のようにして導出することができる。

1　LT1の導出

P（事象）は，E_1（意識），E_2（情報），E_3（物事）のいずれが欠けていても表出しない。つまり，いずれかが欠けていれば事象とはならないのである。従って，PであればE_3であってE_2でないということはないし，E_2であってE_1でないということはない。そのことは

$$P \Rightarrow \neg(E_3 \wedge \neg E_2) \wedge \neg(E_2 \wedge \neg E_1)$$

を仮定として立てることができることを意味している。

(1)　$P \Rightarrow E_1 \wedge E_2 \wedge E_3$　…　LA1

(2)　$P \Rightarrow -(E_3 \wedge \neg E_2) \wedge \neg(E_2 \wedge \neg E_1)$　…　仮定

これには情報が含まれており，情報は0，1で捉えることができるから，これらをブール代数で扱うことができる。(1)(2)は公理と仮定なので true（＝１）であり，次の(3)(4)のブール方程式[2]を立てることができる。この連立方程式からE_3の解を求めればよい。

(3)　$E_1 E_2 E_3 = 1$

(4)　$(\overline{E_3 \overline{E_2}})(\overline{E_2 \overline{E_1}})$

$$= (\overline{E_3} + E_2)(\overline{E_2} + E_1) = 1$$

これを同値変形すると

$$((\overline{E_1 E_2 E_3}) \cdot \overline{1} + (E_1 E_2 E_3 \cdot 1))((\overline{(\overline{E_3} + E_2)(\overline{E_2} + E_1)}) \cdot \overline{1}$$

$+(\overline{E}_3+E_2)(\overline{E}_2+E_1)\cdot 1)=1$

整理すると

$$(E_1E_2E_3)(\overline{E}_3+E_2)(\overline{E}_2+E_1)=1$$

従って

$$F\ (E_1E_2E_3)=(E_1E_2E_3)(E_3+E_2)(\overline{E}_2+E_1)$$

$$F\ (E_1E_2\cdot 1)=(E_1E_2)\ E_2\ (\overline{E}_2-E_1)=E_1E_2\ (0+E_1E_2)=E_1E_2$$

$$F\ (E_1E_2\cdot 0)=0\cdot E_2\ (\overline{E}_2+E_1)=0$$

ブール方程式の標準形は

$$(E_1E_2+E_3)(0+\overline{E}_3)=1$$

解の存在範囲は

$E_1E_2+0=E_1E_2=1$　　（$E_1E_2E_3=1$であるから$E_1E_2=1$）

よって解はE_1E_2のすべての範囲で存在する。

$E_3=E_1E_2\cdot(\alpha(x)+\overline{0})$　　$(\overline{0}=1)$

$\quad=\alpha(x)E_1E_2+E_1E_2$

これが求めるE_3である。

これを論理式に戻すと

$$E_3\Leftrightarrow(\alpha(x)\wedge E_1\wedge E_2)\vee(E_1\wedge E_2)\Leftrightarrow\alpha(x)\wedge E_1\wedge E_2$$

これを(1)のE_3に代入

$$P\Rightarrow E_1\wedge E_2\wedge(\alpha(x)\wedge E_1\wedge E_2)\Leftrightarrow E_1\wedge E_2\wedge\alpha(x)$$

2　LT11の導出

(1)　$P\Rightarrow E_1\wedge E_2\wedge\alpha(x)$　…　LT1

(2)　$E\Rightarrow(f\wedge c)$　…　LA2

(3)　$E_1\Rightarrow(f_1\wedge c_1)$　…　(2)より

(4)　$E_2\Rightarrow(f_2\wedge c_2)$　…　(2)より

(5)　$P\Rightarrow(f_1\wedge c_1)\wedge(f_2\wedge c_2)\wedge\alpha(x)$　…　(1)(3)(4)を用いて
E_1を$(f_1\wedge c_1)$に
E_2を$(f_2\wedge c_2)$に
等値代入

3　LT12の導出

(1)　$P\Rightarrow(f_1\wedge c_1)\wedge(f_2\wedge c_2)\wedge\alpha(x)$　…　LT11

(2)　$(f_1\wedge c_1)\wedge\alpha(x)$　…　仮定

(3)　$(f_2\wedge c_2)\wedge\alpha(x)$　…　仮定

(4)　$(c_1\wedge\alpha(x))\wedge f_1\Rightarrow(c_1\wedge\alpha(x))$　…　$A\wedge B\Rightarrow A$

(5)　$(c_2\wedge\alpha(x))\wedge f_2\Rightarrow(c_2\wedge\alpha(x))$　…　〃

(6)　$(c_1 \wedge \alpha(x)) \wedge f_1 \wedge (c_2 \wedge \alpha(x)) \wedge f_2$

$\Rightarrow c_1 \wedge c_2 \wedge \alpha(x)$　　　　… (4)(5)及び

$(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow D)$

$\Rightarrow ((A \wedge B) \Rightarrow (C \wedge D))$

(7)　$(c_1 \wedge \alpha(x)) \wedge f_1 \wedge (c_2 \wedge \alpha(x)) \wedge f_2$

$\Leftrightarrow (f_1 \wedge c_1) \wedge (f_2 \wedge c_2) \wedge \alpha(x)$

$\Rightarrow c_1 \wedge c_2 \wedge \alpha(x)$

(8)　$P \Rightarrow c_1 \wedge c_2 \wedge \alpha(x)$　　　　… (1)(7)より

註

(1)　杉原丈夫『非古典論理学』(槇書店，1975) 43頁以下参照。

(2)　ブール方程式については，日高達『情報論理学』(昭晃社，1997) 27頁以下を参照。

第3章　事象の解明　―若干の定理―

すでに述べたように，推論により公理からほとんど限りなくといってよいほどさまざまな定理を導出することができるので，あとは必要に応じその作業を行っていけばよいことになる。従って，事象の理論としては公理を立てるだけでよいことになるが，さしあたり事象の可能態，変化の定理を導出し，事象の同型性についても言及しておきたい。

第1節　事象の可能態

事象を問題にするときには，現実の事象のみならず，あることが事象となる可能性がどの程度あるかということも検討しなければならないことが多い。論理的にいえば，それはそのことを構成する要素の真偽値によって決まってくるといえる。あることの限定されたあり方としての様相(modality) でいえば，これは現実態と可能態の問題として扱うべきであろうが，ここでは現実態を可能性が現実となった場合として可能態の中で連続的に捉えることにし，事象の可能態の検討をしておくことにしたいと思う。

可能態は真と偽の間に論理的な値があることを認めることになるから，これは二値論理ではなく，多値論理ということになる。

事象の可能性はE（事象の要素）の真偽によって決まるが，Eはf(枠)とc(枠の内容)によって構成されているので，結局はcの真偽によって決まることになる。cの真偽を検討するためには，次の定理だけで十分である。

LT2　$P \Rightarrow (f_1 \prec c_1) \wedge (f_2 \prec c_2) \wedge (f_3 \prec c_3)$

LT2の導出

(1)　$P \Rightarrow E_1 \wedge E_2 \wedge E_3$　…　LA1

(2)　$E \rightarrow (f \prec c)$　…　RA2

(3)　$E_1 \rightarrow (f_1 \prec c_1)$　…　RA2及び関係の置換規則

(4)　$E_2 \rightarrow (f_2 \prec c_2)$　…　〃

(5)　$E_3 \rightarrow (f_3 \prec c_3)$　…　〃

(6)　$P \Rightarrow (f_1 \prec c_1) \wedge (f_2 \prec c_2) \wedge (f_3 \prec c_3)$　…　(1)に(3)(4)(5)を用いた等値代入

今，c_1，c_2，c_3がａという内容だとしてみよう。ａは意識でも情報でも物事でもよいが，事象の要素なので集合の要素として捉えられる。従って，ａでないということは　a^c（ａの補集合）である。c_1，c_2，c_3はいずれか１つ以上がa^cとなることがあるので，今，問題にしようとしていることには次の８通りの可能性がある。

表１　事象の可能性

	f_1	f_2	f_3	可能性のレベル値	二値論理の真偽値
(7)	a	a	a	3（現実の事象）	真
(6)	a	a	a^c	2	
(5)	a	a^c	a	2	
(4)	a^c	a	a	2	
(3)	a	a^c	a^c	1	
(2)	a^c	a	a^c	1	
(1)	a^c	a^c	a	1	
(0)	a^c	a^c	a^c	0（事象の可能性なし）	偽

われわれが事象として捉えることができるのは(7)だけであり，(0)は事象の可能性のない場合である。(1)～(3)は事象の可能性が低いので，ここでは(4)～(6)について例を挙げておくことにしよう。

(4)は意識枠にａがないので事象として捉えられずにいるが，情報枠のａに気がつけば意識枠のa^cはａとなり，事象となる。発見がそうである。

(5)は情報枠にａがないので対象枠のａを捉えられずにいる場合で，予言や推測がそれに当たる。これも情報が得られれば情報枠のa^cがａになるので，事象になる。

(6)は対象枠の中にａがないので，たとえば何億光年か前に消滅した星の光が今地球に届いている場合や，歴史上の出来事ですでに消滅してしまったが情報だけが残っている場合などがそうである。

第２節　同型性

いくつかの事象を比較したりする場合に，それらの事象が同型であるかどうかが問題になるこ

とも多い。ここでは，関係の観点から事象の同型性を次のように定義しておくことにしよう。

(1)　2つの事象をそれぞれ関係式で表した場合，2つの式の要素と関係の種類が同じであれば，それらは同型である。

(2)　2つの事象をそれぞれ関係式で表した場合，2つの式の要素と関係の種類が同じでも，関係に縛りがあれば準同型である。

たとえば，P（事象）の要素の種類が E_1（意識）E_2（情報）で関係の種類がエとΦで，P′の要素と関係も同じであれば，PとP′は同型である。その場合に，PとP′の E_1，E_2，エ，Φの数が同じである必要はない。

ただし，Pの関係の種類がエとΦで，P′の関係がエ^{s}やΦ^{+}のように縛りのある場合には準同型である。

第3節　事象の変化

事象の動的な特徴は，変化で捉えられる。

ある時tの事象を P_t，t′時の事象を P_t' とすると，P_t と P_t' が異なることを事象の変化（P_{ch}）という。ある時tのE（事象の要素）を E_t，t′時のEを E_t' とすると，次に示すように，事象の変化はE（事象の要素）の変化によって捉えられる。

LT3　$\neg(E_t \Leftrightarrow E_t') \Rightarrow \neg(P_t \Leftrightarrow P_t')$

導出

(1)	$P \Rightarrow E_1 \wedge E_2 \wedge E_3)$	LA1
(2)	$E \Leftrightarrow (E_1 \wedge E_2 \wedge E_3)$	LD1
(3)	$P \Rightarrow E$	(1)(2)より
(4)	$\neg E \Rightarrow \neg P$	(3)と $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$
	変化がなければ一般に	
(5)	$P \Leftrightarrow (P_t \Leftrightarrow P_t')$	
(6)	$E \Leftrightarrow (E_t \Leftrightarrow E_t')$	
(7)	$\neg(E_t \Leftrightarrow E_t') \Rightarrow \neg(P_t \Leftrightarrow P_t')$	(4)に(5)(6)を用いた等値代入

第2部　関係の理論

第1章　関係について

第1節　関係の理論の目的と関係の存在

1　目的

ここに提出しようとしている公理系としての関係の理論は，さまざまな関係理論の1種である。関係の理論を作ることの目的は，さまざまな関係を説明・予測したり，関係の特徴や問題を解明したりすることにある。理論はどのように作ろうと自由であるが，ここで作ろうとしているのは，関係を説明するためのいくつかの公理とそれらから演繹的に導出される定理から成る命題群としての関係の理論である。

公理系は形式的体系であるから，それに意味内容を与えるという解釈を行うことによってさまざまなモデルを作ることができる。関係は抽象的な存在であるから，それぞれの研究領域でそれに意味内容を与え，それぞれの領域での関係モデル（たとえば社会関係）として利用していけばよいことになる。したがって，関係の理論は，特定の研究領域で特定の意味内容をもつものとして作るよりも，形式的な公理系として作る方が利用価値が高いということになろう。公理系としての関係の理論を作ろうとするのは，このような理由によっている。

周知のように，記号論理学では公理の立て方の違いによって数多くの公理系が作られている。公理論によれば，どのような公理系を作ることも許される。しかし，有効性がなければ淘汰される。今，さまざまな関係を集めた関係の集合があるとしてみよう。その中には組合せ，順序，結合，包含という関係もあるから，その4つを取り出して関係の公理系を作ることも可能である。ここで作ろうとするのは，それらによって捉えられる関係の世界を解明するための公理系である。これら4つの関係はよく現れる基本的な関係なので，既にそれらを記号化した関係計算法を作ってある[(1)]。

2　関係の存在

関係は物事（ものやできごと）の間のかかわりのことである。したがって，物事があれば関係は存在する。しかし，関係は目で見ることができない。関係の存在がわかるのは，まず物事を捉え，その間にかかわりがあるということが認められた時である。例えば，今ここにコーヒーカップに注がれたコーヒーがあるとしてみよう。この場合のコーヒーカップとコーヒーの関係は，それを捉える観点によって捉え方が違ってくるにちがいない。

われわれにみえるのは，コーヒーカップとそれに注がれたコーヒーだけである。両者の間にはかかわりがないかといえば，そのようなことはない。コーヒーカップの中にコーヒーがあるのをみて，われわれはいろいろな捉え方をするが，その1つに両者の間には「かかわり」があるとす

る捉え方がある。

ある人はコーヒーカップの中にコーヒーがあるというのを，「中にある」という関係で捉えるかもしれない。しかし，関係そのものを直接捉えることはできない。われわれは具体的な事象を通してそのような関係を捉えているのである。１，２…というような数は数字によって知ることができるにすぎず，ものを数えることによってその存在を知ることができるにすぎないのと同様に，関係もそれがあることを何らかの表出を通して間接的に知ることができるにすぎないのである。

このように，関係そのものは抽象的な存在であり，したがって関係の世界は抽象的な世界である。

註

（１） 山本恒夫『関係計算の方法』筑波大学教育学系生涯学習学研究室，1997。これには関係記号で表せる関係が４，それに縛りのあるものが７，順序・逆順序，包含・逆包含を加えて計13の関係形態がある。これらを複数組み合わせた場合のみならず，そこに非共立関係（２つ以上の関係が同時には成り立たないということ）が複雑に入り込む場合まで考えると，これにより非常に多くの関係を捉えることができる。たとえば，13の中から４つを取り出す組合せに非共立のいろいろな場合を掛け合わせると，それだけでも50億をこえる関係となる。

第２節　記号論理学・集合論の関係の捉え方

これまでにも，関係についてはさまざまな領域でとりあげられてきた。ここでは社会，自然の中で具体的に表出した関係を記述したものまではカバーする必要はないので，一般的に関係を扱ってきた記号論理学，集合論等の中での関係の捉え方を調べておくことにしよう。もしそれでこと足りるならば，何も関係の理論や関係計算法を作らなくてもよいからである。

１　記号論理学の中の関係

普通に記号論理学といえば，まず「ａそしてｂである」という命題を表す $a \wedge b$ のような命題式や，

(1)　$a \supset b$

(2)　$b \supset c$

(3)　$a \supset c$　　(1)(2)，推移規則

のように，規則を用いて式を操作し，新たな式を導出したり，証明を行ったりする命題計算などを思い浮かべることが多いであろう。しかし，そこに出てくる「∧（そして)」「∨（あるいは)」「⊃（ならば)」などは，思考の筋道を示す論理記号であり，両者の関わり方を扱う関係記号ではない。ただ，広義に論理も論理的関係という１種の関係を表すと考えれば，$a \wedge b$ もａとｂが「∧（そして)」という関係にあるとみることはできる。

記号論理学にあっては，関係は述語論理の中で扱われている。述語論理の場合，「ａとｂはＲの関係にある」という関係は R(a,b) あるいは Rab のように表すが，述語記号Ｒの意味は命題毎に異なる。たとえば「ａとｂはきょうだいである」という場合には，Ｒは「…と～はきょうだいである」の意味であり，「ａはｂの親である」という場合には，Ｒは「…は～の親である」の意味となる。

従って，この述語記号Ｒは一定の意味をもたず，同一性のある述語ではない。そのため推論規則がなく，この述語を使った推論はできない。上の例でいえば，最初の Rab のＲは「きょうだい」で，次の Rab のＲは「親」であるから，例えばａとｂは「きょうだいである」を Rab とし，ｂはｃの「親である」を Rbc とした場合，ａとｂはＲであり，ｂとｃもＲであるからといって，ａとｃはＲである，とするわけにはいかない。同じ述語記号Ｒを使っているからといって，それらに推移規則をあてはめてＲを「きょうだい」あるいは「親」とする Rac を推論することはできないのである。ａとｃは「きょうだい」でもないし，ａはｃの「親」でもない。

ただし，このＲに一定の意味を与え，たとえば常に「…は～より重い」ということを意味するようにすれば，それに適合する推論規則を述語論理の推論規則につけ加えることによって，Ｒを使う述語論理にまで拡大することができる。

上の例でいえば，Ｒは「…は～より重い」であるから，述語論理の推論規則に

$$\forall a \forall b \forall c \, (Rab \land Rbc \rightarrow Rac)$$

$$\forall a \forall b \, (Rab \rightarrow \neg Rbc)$$

を加えれば，Ｒの述語論理とすることができる。(∀は「すべての」を表す全称記号。)

しかし，このＲは「…は～より重い」という意味をもつだけであるから，例えば「…は～と親しい」というような場合には，別の述語記号（たとえばＰ）を導入して別の推論規則を定めなければならない。このようにすれば，さまざまな関係を取り込むことができる。ただ，このような拡大は新しい関係が出てくるたびに行わなければならず，さまざまな関係を取り込もうとすると，無限に近い拡大を行わなければならない。また，ここであげた例でいえば，ＲとＰは互いに独立の述語記号であり，これらを演算子として用いることはできない。述語論理でできるのはあくまで述語計算であり，関係式を操作して新たな関係式を導出したり，何らかの関係を証明する関係計算ではないのである[(1)]。

2　集合論の中の関係

集合論は，記号論理学の中の古典論理学に似ているが，新しい述語を加える場合に，同一性のある述語を加えることによって別の述語計算体系を作り，発展させてきた。集合論は論理学の述語論理に「…のメンバーである」〔記号は∈〕という同一性のある述語を加え，それに対する公理を加えることから発展したのである[(2)]。その研究対象は記述や順序を問わない集まり（集合）だが，「…のメンバーである」という同一性のある述語によって数学のすべての概念を定義でき，その公理からすべての数学の定理が証明できるので，数学の基礎を与えるものとされている。

集合の演算には積（∩），和（∪）があるが，これらは記号論理学の「そして」(∧)，「あるい

は」(∨) に対応している。集合Aと集合Bでいえば，

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

である。

また，AがBの部分集合であるという場合には，AはBに包含（⊂）されているので，$A \subset B$ のように表され，

$$A \subset B = \{x \mid x \in A \rightarrow x \in B)\}$$

となる。

「…のメンバーである」というのは集合だが，記号論理学の場合と同様に，広義にはこれも関係の1種といえるであろう。しかし，集合論で関係といえば，ふつうは直積のことになるであろう。次のように表される集合A，Bの直積は，2つの対象の対応またはその結びつきを意味しているので，1種の関係なのである[3]。

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$$

ただし，$a \in A$，$b \in B$

集合論の関係Rは，集合Aと集合B，その直積集合$A \times B$が与えられ，Aの要素a，Bの要素bによる命題関数$P(a,b)$があるとした場合，

$$R = (A, B, P(a,b))$$

で，$P(a,b)$が真になる場合にaはbに関係するといい，aRb あるいは$(a,b) \in R$で表される。

集合論では関係も技術的な用語で，関係を関係を満たすものの集まりと同一視しているのである[4]。このような関係は行列やグラフで表せばわかりやすいので，よくそのような表現法が用いられる[5]。

関係の中で基本的な性質をもつものには，反射的，対称的，推移的というような名称が与えられている。

aRa …………………………… 反射的関係

aRb であれば bRa ………… 対称的関係

aRb，bRc ならば aRc …… 推移的関係

また，これら3つの関係を同時にもつときには，それを同値的関係という。さらに反射的，推移的で反対称的（つまり aRb で bRa であれば $a=b$）のときには，順序関係となる。

さらに，「～の父である」と「～の父でない」は互いに補関係にあるといい，「～の妻である」と「～の夫である」は互いに逆関係にあるといわれる。

また，直積$X \times Y$がXからYへの写像（mapping）となる場合がある。いま，XからYへの関係をMとすると，Xの元（要素）xが必ずYの元yと関係し（xMy），1つのxが2つ以上のyに関係しないとき（ただし1つのyに2つ以上のxが関係することはかまわない），関係Mを写像という。(Xは定義域，Yは値域。) このように，写像は関係の特別の場合である。

写像といえば，それとの関連で関数（function）についても言及しておかなければならないであろう。関数をfとすると，fは

$f : X \to Y$

のように表される。これを直積でいえば，

$$X \times Y = \{(x,y) \mid y = f(x)\}$$

のようになるが，X，Yは必ずしも数の集合でなくてもよいので，数の集合以外の場合を写像と呼ぶことがある[6]。

しかし，一般的には関数は写像とほゞ同じ意味で使われることが多い。ただ，関数の場合には，定義域を示さないことが多いため，必ずｘがｙに対応するという写像の条件を充たすとは限らず，また陰関数表示になるとｘに２つのｙが対応することがあるので，１つのｘが２つ以上のｙに関係しないという条件を充たさないことがある。したがって，両者は必ずしも同じとはいえないことがあるが，本質的には同じ概念である[7]。

関数もグラフに表すとわかりやすいので，グラフはよく使われる。関数 $f : A \to B$ のグラフ f^* は次のように表される。

$$f^* = \{(a,b) \mid a \in A, b = f(a)\}$$

これは $b = f(a)$ という関係にある順序対（a,b）の集合であるから，それが直積集合A×Bの部分集合の別名にすぎないことがわかるであろう。

記号論理学と集合論は，学問研究に大きな影響を及ぼした。Ｅ．カッシーラーは20世紀初頭に，現代論理学は事物とそれに共通する性質からではなく関係から出発する，と述べている[8]。カッシーラーによれば，関係は，アリストテレスの形而上学で本体概念に対して従属的な地位を与えられてしまったため，非自立的とされ，形式論理学的にいえば主語の状態に解釈され直す限りでしか考察されてこなかった[9]。そのことが，実体（アリストテレスの本体）の研究に比べて，関係の研究が大きく立ち遅れてしまった原因の１つになっていることは否定できないであろう。

しかし，現代論理学は要素のように見えるものも関係で置き換えられることを発見し，それにより科学は飛躍的に発展した。カッシーラーは，項Ａが関数 $f(a_1, a_2 \cdots a_n)$ の形式で置き換えられるかもしれないことを忘れてはならない，と述べている[10]。

たしかに関数は科学的説明や予測に大きな力を発揮してきた。関数の場合には，関数相互の操作ができるので，関係を関数でとらえていけばよいということになりそうだが，関係をすべて関数で表現することはできず，むしろ関数化できない関係の方が圧倒的に多いという事実が立ちはだかっている。すべての関数は関係であるが，すべての関係は関数ではないのである[11]。このことは，われわれの必要とする関係の計算が関数だけではできないことを意味している。関数を用いて表現できるものは関数表現をし，その計算によって関係の解明を行えばよいが，関数として捉えられない関係は非常に多い。関係全体からみれば，関数化できるものはごくわずかだと言った方がよいであろう。

われわれの問題とする関係は関数化できないものが多いにもかかわらず，記述するだけに止まらない問題解明を行う必要にせまられている。関係を同一性のある関係記号で計算出来るようにしようとするのも，そのような事情があるからである。

註

（1） 記号論理学での関係の扱いについては，記号論理学の文献では大抵ふれられているが，例えば

杉原丈夫『数学的論理学』槇書店，1967

杉原丈夫『非古典論理学』槇書店，1975

井関清志『記号論理学（命題論理)』槇書店，1968

井関清志『記号論理学（述語論理)』槇書店，1973

梅沢敏郎『記号論理』（数学講座16）筑摩書房，1970

森　俊洋『論理学・序説』九州大学出版会，1984

John Nolt & Dennis Rohatyn, *Theory and Problems of Logic,* 1988（加地大介・斎藤浩文訳『現代論理学』Ⅰ（1994（マグロウヒル出版)，1995（オーム社))，Ⅱ（1996，オーム社))

などを参照。

（2） John Nolt & Dennis Rohatyn, *Theory and Problems of Logic,* 1988，前掲訳書Ⅱ，126～127頁を参照。

（3） Samuel M. Selby & Leonard Sweet, *Sets Relations Functions,* 1963（矢野健太郎訳『集合 関係関数』日本評論社，1966）訳書，100頁。

（4） 辻下徹「生命と複雑系」（高橋陽一郎・辻下徹・山口昌哉『数学』青土社，1998)，196頁。

（5） 例えば，小野寛晰『関係の代数』教育出版，1974，101頁以下参照。

（6） Seymour Lipschutz, *Theory and Problems of Set Theory and Related Topics,* 1964（金井省二・清沢毅光訳『集合論』1982（マグロウヒル出版)，1995（オーム社）訳書，53頁。

（7） 例えば，Samuel　前掲書，小倉久和・高濱徹行『情報の論理数学入門―ブール代数から述語論理まで―』近代科学社，1991，14頁以下，などを参照。

（8） Ernst Cassirer, *Substanzbegriff und Funktionsbegriff,* 1910（山本義隆訳『実体概念と関数概念』みすず書房，1979）訳書，224頁参照。

（9） 同　9頁。

（10） 同　309頁。

（11） Samuel M. Selby & Leonard Sweet，前掲訳書，147頁。

第3節　関係計算法による関係の把握

1　関係計算法

関数化できるものは関数として扱うとして，関数化できない多くの関係の場合，関係の構造を明らかにしたり，関係式を立ててそこから新しい関係を導出したりするにはどうしたらよいのだろうか。

関数表示のできない関係でも，述語論理を使えば表現できる。述語論理では，ａとｂがＲの関係にあり，同時にｂとｃがＭの関係にあるという命題（「Rab でありかつ Mbc である」）は，

$Rab \wedge Mbc$

のように表すことができる。問題は，このRとMを操作して，a，b，cの関係を1つの式にまとめることができないか，そして，それと他の関係式を操作して新たな関係式を導出できないか，ということである。いま，Rab と Mbc を集合の場合の関係のように，aRb，bMc と書き換え，bが両方にあるところに着目して，aRbMc としたとしてみよう。このような表現法はないが，たとえそれが許されたとしても，それはaとbと間には関係Rがあり，bとcの間には関係Mがあるということを，そのように表現したにすぎない。

しかし，このRやMのところに，規則を用いて計算ができる関係記号を導入すれば，a，b，cの間の関係を計算（関係計算）で導出することができる。関係記号というのは，例えば記号論理学の論理記号∧∨→などのようなものである。

関係計算法は，そのような関係記号を用いて関係計算をするために作られた計算法である。具体的には，

「♯（組合せ)」

「エ（順序)」

「ф（結合)」

「≺（包含)」

を関係記号とし，関係式を作る形成規則，さらには式を操作する変形規則等が定められている。それにより，aRbやbMcのRやMのところを関係記号とした関係式，例えばa♯b，bエcのような式を作ることができ，変形規則等を用いて次のような関係式を導出することができる。

	(1)	a♯b	前提
	(2)	bエc	前提
1,2	(3)	(a♯b)♯(bエc)	(1)(2)，導入規則
1,2	(4)	a♯bエc	(3)，変形規則

(4)式にはかっこがないが，エは♯よりも結合力が強いので，これは，bがcと順序関係にあり，aがそれと組合せになっている，という関係を示している。

2　関係の発見法

それでは，関係をどのように発見したらよいのであろうか。関係の発見法に決まったものがあるわけではないが，ごく一般的には次のような手順を踏むことになるであろう。

(1)かかわりという観点から日常言語で対象としている事象の要素間のかかわりをみつける。

関係は直接捉えることが出来ないので，そこに何らかの関係の存在を想定する。そして，それにより事象を説明できれば，そこにはそのような関係があるとする。それは1つとは限らない。現実にはむしろ複雑なことが多いが，いろいろな捉え方をする必要があれば，それを列挙する。

たとえば，先のコーヒーカップとコーヒーのかかわりということでいえば，われわれの日常言語の1つの観点で捉えると，両者の間には，「コーヒーカップの中にコーヒーが入っている」というかかわりがある。ただし，両者のかかわりではなくコーヒーカップの働きに着目して，コー

ヒーカップがコーヒーをこぼれないように保っているという捉え方をすれば，それは関係ではなく機能を捉えていることになる。

もし“中”という言葉を持たない社会へ行けば，これは「コーヒーカップとコーヒーがある」（これも１つのかかわりである）というだけになるかもしれないし，それに代わる別の言葉で何らかのかかわりを捉えるということになるかもしれない。

(2)日常言語で捉えたかかわりを，ある理論の関係という観点で捉え直し，それをその理論言語で表す。

日常言語も日常の世界という観点からものごとを捉える時に使うので，一種の理論言語ともいえる。もしそのような考え方からすれば，ここでいう理論は学問や芸術などの特定領域のそれであり，理論言語はそこで使われる言語のことである。

それが問題解明に役立つかどうかは，その理論の関係概念が関係の把握に有効であるかどうかによるし，それを駆使する者の能力によることもある。

たとえば，コーヒーカップをＡ，コーヒーをＢとすると，「コーヒーカップの中にコーヒーが入っている」という命題は，記号論理学の命題論理では$A \wedge B$（ＡそしてＢ），あるいは$A \supset B$（ＡならばＢ）のように表され，先に述べたような論理的関係でいえば，そこには「そして」と「ならば」という２つの論理的関係を見いだすことが出来る。それら２つの論理的関係のいずれをとるかは，どのような問題を解明しようとしているかによるし，場合によってはこの両方の捉え方を検討しなければならないこともある。

なお，この場合には$A \vee B$（ＡあるいはＢ）とはならない。そこにはどちらかを選ぶということが含意されていないからである。また，これを述語論理で捉えれば，「～の中に入っている」をＲとすると，R(A, B)あるいはR_{AB}と表すことが出来る。

関係計算法では，これは$A \prec B$（Ａ包含Ｂ），A ⊕ B（Ａ結合Ｂ），A ⊥ B（Ａ順序Ｂ），A ♯ B（Ａ組合せＢ）のいずれかで捉えられる。このように４つの捉え方が出てくるのは，「コーヒーカップの中にコーヒーが入っている」という日常言語があいまいで，様々な関係が含意されているからであり，また関係計算法の関係概念が記号論理学より多いからである。そのいずれをとるかは，先の場合と同様に問題解明のコンテクストによって決まってくるが，場合によってはそのすべてを検討して，解を探さなければならない。

関係計算法で関係を確定する場合には，関係を保つ作用素を探すことも行う。関係を保つ作用を関係計算法では関係作用素（あるいは単に作用素）と呼んでいる。関係計算法で関係を発見するためには，すべての関係についてそれがどの関係作用素によるかを確定し，その数量も確定する必要がある。

関係作用素は，次の３種類である。

　　Ｄ（方向子）

　　Ｒ（規制子）

　　Ｉ（内化子）

Ｄ（方向子）は順序（⊥），Ｒ（規制子）は結合（⊕），Ｉ（内化子）は包含（≺）の関係を保

つ（あるいは保っている）作用素である。組合せ（#）はこれらのどの関係作用素もなくて，関係作用素が作用しない場合である。

例えば，「コーヒーカップの中にコーヒーが入っている」という場合に，「中に入っている」という包含関係があるのは，その関係を保つ作用素があるからである。（この場合には関係計算法でいえば内化子（I）という関係作用素が作用しているからである。）

(3)すべての関係作用素をその作用素をもつ関係の形態に対応させて関係を確定する。

上の例でいえば，関係作用素の内化子（I）が1つあるだけとすれば，その関係は包含（$\prec$）である。

(4)このようにして確定した関係作用素と関係を用いて関係式を作る。

これは必要に応じて関係作用素を省略し，関係だけの表現にしてもよい。たとえば，「コーヒーカップの中にコーヒーが入っている」でいえば，

$$A \prec B$$

あるいは関係作用素まで入れて

$$\underset{[I(1)]}{A \prec B}$$

である。

3　関係計算法の体系

関係計算法には，基礎的な関係計算体系と高等関係計算法があり，これまでに，前者に属する共立関係計算体系，非共立関係計算体系，半共立関係計算体系，後者に属する関係変換，関係行列，関係群論，関係・力変換が作られている。

関係計算というのは，関係についての式を操作して新たな関係の式を導出したり，何らかの関係の証明を行ったりすることである。また，その体系というのは，そのような計算をするための一連の規約集のことである。

ここに提出するのは関係の中から組合せ，順序，結合，包含を取り出し，それらを使って関係計算を行う体系である。このような体系も，記号論理学と同様にさまざまな体系が作られてよいように思われる。これはその1つにすぎない。

簡単に作成の経過を述べておくと，1978年に組み，重ね，結び，囲みを使って精神構造の構成要素間の関係を解明しようとする考え方を提出した[1]。しかし，それではあまりに日本的で特殊なので，一般性をもたせるべく，組みを組合せに，重ねを順序に，結びを結合に，囲みを包含に替えて記号化し，関係計算法として体系化した[2]。

その後，関係計算にも非共立関係の計算が必要であることがわかってきたので，関係計算法を共立関係計算体系，非共立関係計算体系，半共立関係計算体系に分けて，体系の発展を図った[3]。（なお，関係変換は1993年9月，関係行列と関係群論は1995年2月，関係・力変換は1996年9月に現在の形となったものである。）

この頃にわかったのだが，モランが複雑性についての区別，結合，包含の原理を1988年に提出

している[4]。モランは1980年の『方法』で，すでに動･植物の細胞と個体についての包含の原理を述べており，断片的にではあるが区別や結合についてもふれている[5]。

また清水博が生命関係学を提唱し，関係子(ホロン)の考え方を打ち出しているが，そこでいわれている関係子は要素の中でも内部の状態によって関係性を変える要素のことで，実体である[6]。藤沢等は社会─心理事象を中心とした関係論を展開しているが，関係の要素として対象，結合強度，結合の方向を挙げ，関係はこれら３要素によって成り立つ全体としている[7]。

註

（１） 山本恒夫『庶民娯楽の面白さ』学文社，1978。

（２） 拙稿「構造把握のための関係計算法」筑波大学教育学系論集第12巻第１号，1987・10。

（３） 拙稿「関係計算法」（山本恒夫・浅井経子・手打明敏『生涯学習支援へのアプローチ』第一法規出版，1993），201～218頁。

（４） Edgar Morin, *Introduction a la Pencee Complexe,* 1990（吉田幸男・中村典子訳『複雑性とは何か』国文社，1993）訳書，115頁。

（５） Edgar Morin, *La Methode 2, La Vie de la Vie,* 1980（大津真作訳『方法２，生命の生命』法政大学出版局，1991）訳書，266頁以下参照。

（６） 清水博『生命と場所─意味を創出する関係科学』NTT 出版，1992，同『新版 生命と場所─創造する生命の原理』NTT 出版，1999。

（７） 藤沢等『「関係科学」への道』北大路書房，1998，100頁。

第４節　方法と記号

１　方法

ここで公理的方法について，若干のことを述べておくことにしよう。

公理論を構築する場合には，次のような手順を踏むのが一般的であろう。

⑴ いくつかの無定義語と用いる記号を用意する。

⑵ 命題の式を作るための形成規則を定める。

⑶ 公理を定める。

⑷ 式の変形規則や推論規則を定める。

⑸ ⑶と⑷を用いて定理を導出する。

(必要に応じて新しい用語を導入する。)

ここで問題となるのは形成規則，変形規則，推論規則であるが，他の研究でもよく行われているように，もし論理的な命題計算を行うのであれば記号論理学の中の限定含意(entailment)，関係計算を行うのであれば関係計算法，集合論を用いて命題を立てた場合には集合演算を行えばよい。したがって，このために新たな規則を作る必要はないであろう。

定理は公理の内包を取り出したり，公理に様々な条件，定義語，新たな概念などを加えて推論

を行うことによって導出できる。

2　記号

関係の理論で用いる記号は，事象の理論のそれとほぼ同じである。ただ，新たに次の用語を追加しておきたい。

R_f ：関係形態
R_c ：関係構成
R_{op}：関係作用素

第2章　関係の構造・形態・構成

第1節　公理

この関係の理論は関係計算法の関係記号で捉えられる関係（relation）を対象としているので，公理（axiom）は記号論理学（symbolic logic）と集合論（set theory）によって立てられる。

ここでいう関係(R)の構造は，第1章の用語であげた R_f（関係形態）と R_c（関係構成）からなるので，構造に関して次の公理を立てることができる。

RLA1　$R \Rightarrow R_f \wedge R_c$

RSA1　$R = R_f \cap R_c$

さらに，その関係形態と関係構成に関しても，次の公理を立てることができる。

RLA2　$R_f \Rightarrow R_c$

RSA2　$R_f \supset R_c$

RLA2は，論理的に R_f（関係形態）が R_c（関係構成）を含意していることを表しており，RSA2は，R_c（関係構成）には R_f（関係形態，たとえば，♯，エ，ф，≺など）が含まれていないので，R_c（関係構成）は R_f（関係形態）の部分集合であることを示している。

第2節　定義

R_f ：事象に表出した関係を関係形態という。
R_c ：ある関係を構成する関係作用素の全体を関係構成という。
R_{op}：関係を作り，維持する作用の仕方を関係作用素という。

関係形態には♯，エ，ф，≺とエの縛り，фの縛り，・（共立），◦（非共立）などがあり，関係構成にはD（方向子），R（規制子），I（内化子）とD（方向子）の縛り，R（規制子）の縛

りなどがある。

第３章　若干の定理

関係の理論にあっても，推論により公理からいろいろな定理を導出することができるので，関係の理論としては公理を立てるだけでよいことになるが，事象の場合と同じようにさしあたり必要となる定理を導出し，関係の変化について述べておきたい。

第１節　基礎的な定理

はじめに，これからこの関係の理論で関係(R)という場合には，関係形態(R_f) あるいは関係構成(R_c)でよいことを導出しておくことにしよう。

RLT1　$R \Rightarrow R_f$

RLT2　$R \Rightarrow R_c$

RST1　$R = R_c$

1　RLT1，RLT2の導出

(1)	$R \Rightarrow R_f \wedge R_c$	… RLA1
(2)	$R_f \Rightarrow R_c$	… RLA2
(3)	$R_f \wedge R_c \Rightarrow R_f$	… $A \wedge B \Rightarrow A$による
(4)	$R \Rightarrow R_f$ (RLT1)	… (1)(3)
(5)	$R_f \wedge R_c \Rightarrow Rc$	… $A \wedge B \Rightarrow B$
(6)	$R \Rightarrow R_c$ (RLT2)	… (1)(5)

2　RST1の導出

(1)	$R = R_f \cap R_c$	… RSA1
(2)	$R_f \supset R_c$	… RSA2
(3)	$R_f \cap R_c = R_c$	… (2)と$A \supset B = (A \cap B = B)$
(4)	$R = R_c$	… (1)(3)

$R_f \supset R_c$ であるから，$R \neq R_f$ である。このことは，集合の観点から関係を問題にするときには，関係構成のレベルまでおりて検討しなければならないことを意味している。

第２節　関係の変化

先の事象の理論では，事象（Ｐ）の変化は事象の要素（Ｅ）の変化によって捉えられる。事象の要素（Ｅ）は枠（ｆ）と枠の中の内容（ｃ）で構成されており，その内容（ｃ）は事象の要素（Ｅ）の下位要素（ｅ）とその関係（Ｒ）でできているから，結局，事象(P)の変化は下位要素（ｅ）やその関係（Ｒ）の変化によって生ずることになる。

このように，事象の変化は関係の変化に依存するから，関係の変化についてもはじめに述べておくことにしよう。

ある時ｔの関係をR_t，t'時の関係をR_t'とすると，R_tとR_t'が異なることを関係の変化（R_{ch}）という。RLT2（$R \Rightarrow R_c$）により，関係(R)は関係構成(R_c)によって捉えられるから，ある時ｔの関係構成をR_{ct}，t'時の関係構成をR_{ct}'とすると，次に示すように関係の変化は関係構成の変化によって捉えられる。

RLT3　$\neg(R_{ct} \Leftrightarrow R_{ct}') \Rightarrow \neg(R_t \Leftrightarrow R_t')$

導出

(1)　$R \Rightarrow R_c$　…　RLT2

(2)　$\neg R_c \Rightarrow \neg R$　…　(1)と（$A \Rightarrow B$）$\Leftrightarrow$（$\neg B \Rightarrow \neg A$）

変化がなければ一般に

(3)　$R \Leftrightarrow (R_t \Leftrightarrow R_t')$

(4)　$R_c \Leftrightarrow (R_{ct} \Leftrightarrow R_{ct}')$

(5)　$\neg(R_{ct} \Leftrightarrow R_{ct}') \Rightarrow \neg(R_t \Leftrightarrow R_t')$　…　(2)に(3)(4)を用いた等値代入

このように関係の変化は関係構成の変化で捉えられるので，関係の生成と消滅の問題もこのような関係構成の変化の中で捉えることができることになる。

具体的な関係の変化は，問題とする関係毎に関係構成の違いを関係計算法によって調べていけばよいので，ここではそのことを指摘するに止めたい。